

# LÆRERVEJLEDNING BÆREDYGTIGT BYGGERI A- OG B-NIVEAU



## Formål

At eleverne lærer om overfladeareal, opstilling af funktioner og grafer samt differentialregning.

At eleverne bliver klogere på, hvordan den matematik, som de har arbejdet med, anvendes konkret som redskab til ressourceoptimering i forbindelse med byggeri.

## Fag

Matematik A og B

## Indhold

Forløbet er inddelt i følgende emner:

- Overfladeareal
- Differentialregning: Differentiering af simple funktioner (polynomier, reciprok og kvadratrod)
- Funktioners grafer
- Monotoni og ekstrema (fortegnslinjer og funktionsundersøgelse)
- Opstilling af funktionsudtryk (arealformler)
- Optimering

## Tidsforbrug

Ca. 10 moduler

## Materialer

Materialet indeholder teori og opgaver om emnerne.

## Besøg

Klassen skal besøge en rådgivende ingeniørvirksomhed, hvor de vil høre om, hvordan de matematiske emner fra forløbet anvendes i en ingeniørs dagligdag.

## INDHOLD

Kort om forløbet.....	2
Kort oversigt over undervisningsplan.....	3
Forslag til lektionsplan .....	3
Faglige mål og kernestof.....	5

Materialet er udviklet af  
Finn Grønne Kristensen, Silkeborg Gymnasium  
Emil Falkner Sørensen, Skanderborg Gymnasium  
Foreningen af Rådgivende Ingeniører (FRI)  
og Åben Virksomhed

## Kort om forløbet

Bæredygtigt byggeri er et undervisningsforløb om blandt andet differentialregning, som indeholder et virksomhedsbesøg hos en rådgivende ingeniørvirksomhed. Gennem forløbet opnår eleverne en faglig viden, der indgår i læreplanen for matematik på A- og B-niveau. Samtidig opnår eleverne en almen viden om det private erhvervsliv og det samfund, de indgår i.

Undervisningsforløbet er udviklet af foreningen for Rådgivende Ingeniører sammen med to matematiklærere fra gymnasieverdenen, så undervisningen lever op til de faglige mål i lærerplanen. Undervisningsforløbet består af 6 moduler i klassen inden virksomhedsbesøget, et virksomhedsbesøg på ca. 1 time og 30 minutter og efterfølgende 4 moduler i klassen, hvor eleverne arbejder videre med en afsluttende opgave om optimering.

I materialet her finder du en kort oversigt over undervisningsplanen og forslag til indholdet i de enkelte moduler. Du kan som lærer udvælge og tilpasse stoffet i materialesamlingen efter klassens niveau og den tid, der er til rådighed, og de enkelte moduler kan læses uafhængigt af hinanden. Det er dog en forudsætning, at eleverne har kendskab til emnerne inden besøget.

Bagerst kan du se en oversigt over de faglige mål og kernestoffet, som materialet bidrager til at opfylde.

**Inden du går i gang med forløbet, er det en god idé at kontakte virksomheden og få fastlagt en dato for besøget. Når besøget nærmer sig, kan I tales ved og forventningsafstemme besøgets indhold. Læs mere i arket *Forberedelse til besøg på virksomhed*.**

## Kort oversigt over undervisningsplan

Modulnr.	Indhold	Materialer
1	Intromodul – arealer og voluminer	Materialesamling afsnit 1
2	Differentialregning	Materialesamling afsnit 2
3	Grafisk betydning af differentialekvotient	Materialesamling afsnit 3
4	Monotoni og ekstrema	Materialesamling afsnit 4
5	Opstilling af funktionsudtryk	Materialesamling afsnit 5
6	Optimering	Materialesamling afsnit 6
	<b>Virksomhedsbesøg</b>	
7 og 8	Optimeringsopgave	
9 og 10	Præsentation af løsning	

## Forslag til lektionsplan

Bemærk, at længden af et modul varierer fra gymnasium til gymnasium. Her er den sat til ca. 70 minutter. Til nogle af modulerne skal eleverne forberede sig forud for undervisningen i klassen.

Modul 1	Materialer
<p><b>Intromodul - arealer og voluminer</b></p> <p>Figurfoldning: Man får et A3-ark til rådighed og skal så folde/klippe en "bygning" med størst muligt gulvareal.</p> <p>Et par benspænd:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Der skal være mindst 5 cm højde pr. etage (evt. skal eleverne selv komme i tanke om, at det kan være smart med flere etager).</li> <li>• Man kan sætte bygning sammen med tape, så overlap mellem siderne ikke er nødvendigt.</li> <li>• Hvis der er mere tid, kan eleverne eksperimentere med GeoGebra-opgaver.</li> </ul> <p><i>Kommentarer:</i></p> <p><i>Med A3-arket opnår vi det bundne areal som eksempel på de bundne størrelser, der vil være i de opgaver, der vil være senere i forløbet.</i></p> <p><i>Eleverne kan måske allerede her overveje løsninger, der både materiale- og energimæssigt kan være smarte.</i></p>	<p>Materialesamling afsnit 1</p> <p>GeoGebra findes på <a href="https://www.geogebra.org/">https://www.geogebra.org/</a></p>

Modul 2	Materialer
<p><b>Differentialregning</b> (<i>Differentiation af simple funktioner (polynomier, reciprok og kvadratrod)</i>).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Introducer, at vi kan finde stor hjælp til optimering af bygninger gennem disciplinen differentialregning.</li> <li>• Giv eksempler ved hjælp af funktionen <math>f(x) = x^a</math> og dens afskygninger.</li> <li>• Gennemgå regnereglen: <math>f'(x) = a \cdot x^{a-1}</math></li> <li>• Eksempler.</li> <li>• Opgaver.</li> <li>• Gennemgå regneregler:  <math>(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)</math>     <math>(k \cdot f)'(x) = k \cdot f'(x)</math></li> <li>• Dette kan perspektiveres til polynomier, hvis det ønskes.</li> <li>• Eksempel.</li> <li>• Opgaver.</li> </ul>	<p>Materialесamling afsnit 2</p>

Modul 3	Materialer
<p><b>Grafisk betydning af differentialkvotient</b> (<i>Eleverne skal her have en ide om en let udgave af monotonisætningen</i>).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Forklar kort, hvad <math>f'(x)</math> står for: I dette tilfælde væksthastighed.</li> <li>• Eksempel på udregning af og tolkning af <math>f'(x)</math> i bestemte værdier. Fokus på størrelse og fortegn.</li> <li>• Kort om tangent og dens forbindelse til differentialkvotienten.</li> <li>• Opgaver.</li> </ul>	<p>Materialесamling afsnit 3</p>

Modul 4	Materialer
<p><b>Monotoni og ekstrema</b> (<i>Der lægges vægt på, at det er løsninger til <math>f'(x)=0</math>, der giver den nødvendige viden til at opskrive monotoniintervallerne</i>).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Repetition af monotoni fra sidste modul.</li> <li>• Monotoniintervaller og monotoniforhold.</li> <li>• Monotoniskift hænger sammen med ekstremumpunkter.</li> <li>• Eksempel.</li> <li>• Opgaver.</li> </ul>	<p>Materialесamling afsnit 4</p>

Modul 5	Materialer
<p><b>Opstilling af funktionsudtryk</b> (<i>Anvende formler for arealer til at opstille funktionsudtryk for overfladeareal for samlet figur</i>).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Indledende eksempel med kasse.</li> <li>• Begrebet bibetingelse.</li> <li>• Elimination af variable, når bibetingelse kendes.</li> </ul>	<p>Materialесamling afsnit 5</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eksempel.</li> <li>• Opgaver (f.eks. 5.1a og b).</li> <li>• Opstilling af funktionsudtryk.</li> <li>• Eksempel.</li> <li>• Opgaver.</li> </ul>	
---	--

Modul 6	Materialer
<b>Optimering</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Repetition af ekstremumpunkter og opstilling af funktionsudtryk. Det afsløres, at denne kombination er optimering.</li> <li>• Eksempel.</li> <li>• Opgaver.</li> <li>• Overgang til beskrivelse af virksomhedsbesøget.</li> </ul>	Materialesamling afsnit 6

Modul 7 og 8 – Opfølgning på virksomhedsbesøg	Materialer
<b>Optimeringsopgave</b> ( <i>Eleverne bruger det, de har lært forud for og under virksomhedsbesøget</i> ) Eleverne arbejder i grupper med den optimeringsopgave, som virksomheden har stillet og kommer med et løsningsforslag. Alternativt arbejder eleverne med den prædefinerede opgave sidst i materialesamlingen.	

Modul 9 og 10 – Opfølgning på virksomhedsbesøg	Materialer
<b>Præsentation af løsning (Fremstil produktblad)</b> Eleverne fremstiller et produktblad evt. ved hjælp af GeoGebra. Man kan også vælge at tegne i hånden eller bruge et værktøj.	

## Faglige mål og kernestof

Den faglige baggrundsviden, opgaveløsningen og virksomhedsbesøget bidrager til opfyldelse af en række faglige mål og dele af kernestoffet i læreplanen for matematik på A- og B-niveau og understøtter samtidig karrierelæring. Undervisningsforløbet kan sagtens benyttes af andre gymnasiale uddannelser, men for at begrænse omfanget af denne vejledning har vi her valgt kun at vise læreplanen for STX 2024.

## A-niveau – og B-niveau

### Faglige mål

- Redegøre for et bredt udvalg af matematiske begreber, teorier og metoder samt kunne anvende dem i problemløsning og modellering
- Anvende digitale værktøjer til modellering og matematisk problemløsning
- Benytte matematik som middel til at formulere, analysere og løse problemer inden for faget selv eller andre fagområder og i relation til omverdenen
- Opstille, bearbejde og fortolke matematiske modeller til beskrivelse af fænomener inden for forskellige fagområder samt diskutere modelleres anvendelse og rækkevidde
- Undersøge problemstillinger og udvikle og vurdere løsninger, hvor fagets viden og metoder anvendes

### Kernestof A

#### *Funktioner og infinitesimalregning*

- **Funktioner:** Funktionsbegrebet, herunder sammensat funktion. Parallelforskydning af grafer. Karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære funktioner, polynomier, særligt andengradspolynomier, eksponential- og potensfunktioner,  $\log_{10}$  og  $\ln$  samt cosinus og sinus. Matematisk modellering med ovennævnte funktionstyper, herunder anvendelse af regression.
- **Differentialregning:** Grænseværdi og kontinuitet som forudsætning for differentialregning. Definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed. Differentiation af  $f + g$ ,  $f - g$ ,  $k \cdot f$ ,  $f \cdot g$  og  $f \circ g$  samt afledet funktion for de ovennævnte funktionstyper. Tangent, tangentligning. Numerisk bestemmelse af nulpunkter vha. Newtons metode. Monotoniforhold, ekstrema og optimering, herunder sammenhængen mellem disse begreber og differentialkvotient.

### Kernestof B

#### *Funktioner og infinitesimalregning*

- **Funktioner:** Funktionsbegrebet, herunder sammensat funktion. Karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære funktioner, polynomier, særligt andengradspolynomier, eksponential- og potensfunktioner samt  $\log_{10}$  og  $\ln$ . Matematisk modellering med ovennævnte funktionstyper, herunder anvendelse af regression.
- **Differentialregning:** Definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed. Differentiation af  $f + g$ ,  $f - g$ ,  $k \cdot f$ ,  $f \cdot g$  og  $f \circ g$  samt afledet funktion for de ovennævnte funktionstyper. Tangent, tangentligning. Monotoniforhold, ekstrema og optimering, herunder sammenhængen mellem disse begreber og differentialkvotient

## Karrierelæring

Eleverne opnår gennem undervisningen viden om og erfaringer med fagets anvendelse, der modner deres evne til at reflektere over egne muligheder og træffe valg om egen fremtid i et studie-/karrierespørgsmål samt et personligt perspektiv. På den måde bidrager forløbet også til deres karrierelæring, som skal indgå i undervisningen i gymnasiet.