# MATERIALESAMLING

## ELEKTRISKE SENSORER OG PRÆCISION - FYSIK B.

# INDHOLD



Materialet er udviklet af
Rasmus Pinholt, cand.scient., gymnasielærer,
Nærum Gymnasium og DA Åben Virksomhed

# Introduktion

Der er i dag rigtig mange produkter, der skal kunne måle og registrere forskellige parametre, som f.eks. temperaturer, lys eller bevægelse. Som forbrugere har vi en forventning om, at produkter som termometre, termostater, GPS, hastighedsmålere m.v., som vi køber, kan måle tilstrækkelig præcist.

En række virksomheder i Danmark arbejder med at udvikle og producere avanceret måleudstyr. En del af måleudstyret bliver efterfølgende indbygget i maskiner og apparatur, og tilstrækkelig præcision af sensorerne er afgørende for kvaliteten af udstyret.

En af de teknologier, der anvendes i avanceret måleudstyr, er elektriske sensorer. En sensor er et apparat, som giver respons på en fysisk stimulans/påvirkning og giver et signal som resultat heraf. Langt de fleste sensorer giver et elektrisk signal fra sig, når de "rammer" et objekt. Elektriske sensorer benyttes bl.a. til at måle spændingsforskelle i forskellige medier. De måledata, der registreres, kan efterfølgende analyseres – eksempelvis ved hjælp af en computer.

I dette undervisningsforløb til fysik i gymnasiet skal I arbejde med simple elektriske kredsløb, få en forståelse af elektriske sensorer og selv arbejde med måleudstyr og præcision af målinger samt databehandling. Som et led i undervisningsforløbet skal I besøge en virksomhed, der arbejder med at udvikle avanceret måleudstyr.

# Forberedelse til modul 1

Kilde: Hele lektien til modul 1 er med tilladelse klippet fra Metrologi.dk (Sabrina Rostgaard Johannsen og Morten Hannibal Madsen, A1 – Introduktion til målinger).

## Indledning

Målinger har altid haft en central rolle i vores samfund og er en fast del af vores dagligdag. Forestil dig en hverdag uden målinger. Du vil ikke kunne planlægge din dag uden et ur. Broer vil styrte sammen, da de er bygget upræcist. Fly vil styrte ned, fordi man ikke ved, hvornår brændstoftanken er tom. Læger vil ikke kunne fastslå sygdomme ud fra en blodprøve.

Helt tilbage til det gamle Egypten har betydningen af målinger været kendt. Bygningen af de store pyramider var ikke mulig uden at sikre, at alle målte ens. Egypterne anvendte Faraos arm som reference for alle deres målinger, se figur 1. Hver bygherre havde en træstok med præcis denne længde. Ved fuldmåne skulle deres træstokke kontrolmåles, og havde den en forkert længde, fik bygherren hugget hænderne af.

Læren om målinger og målemetoder hedder metrologi. Det kommer af det græske ord *metros*, der betyder *at måle*.


Figur 1: I det antikke Egypten blev Faraos arm benyttet som længde reference med betegnelsen "cubit"

## Målinger

Målinger har til formål at bestemme talværdien af en *målestørrelse*. En målestørrelse kan f.eks. være længde, elektrisk spænding eller temperatur. Resultatet af målinger består af en *talværdi* og en *måleenhed*. Målinger kræver altid en *reference* at sammenligne med.

Spørgsmålet "hvem er højest i klassen?" kan besvares på 2 måder:

1. Ved at sammenligne højden af alle elever ryg mod ryg. Her anvendes 1 person som reference for de andre målinger.
2. Eller ved at anvende et målebånd og aflæse højden af hver enkelt elev på målebåndet. I dette tilfælde er målebåndet en reference (figur 2).

Figur 2: Et målebånd kan bruges som reference

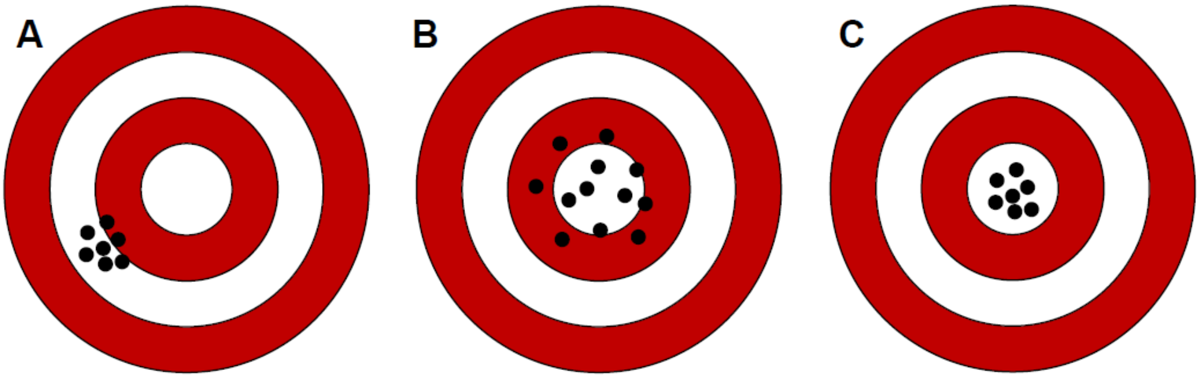
For at sammenligne målingerne af elevernes højde med andre elever, som befinder sig udenfor lokalet, kræver det, at målebåndet har en velkendt længde. I dette tilfælde vil en reference til *meteren* være det mest hensigtsmæssige at anvende.

En god måling beskriver den målte størrelse korrekt. I vurderingen af, om en måling er god, benyttes to begreber:

*Præcision* og *nøjagtighed*. Figur 3 illustrerer de 2 begreber præcision og nøjagtighed ved hjælp af en skydeskive.

*Præcision* er graden af overensstemmelse mellem gentagne målinger foretaget under samme betingelser.

Præcision kan også udtrykkes som spredningen af målingerne. På skydeskiven rammer skytten samme sted med alle sine skud, men ikke nødvendigvis i midten.




Præcis, men unøjagtig Nøjagtig, men upræcis Nøjagtig og præcis

*Nøjagtighed* er angivelsen af hvor høj grad af overensstemmelse der er mellem målingerne og den *sande* værdi. Den sande værdi er værdien af målestørrelsen, når den er perfekt bestemt. Den sande værdi vil aldrig være mulig at opnå, da der altid vil være målefejl. På skydeskiven rammer skytten tæt på midten, men der er lidt større spredning i skuddene.

På (C) rammer skytten både nøjagtigt, idet han rammer nær midten og præcist, idet skuddene ligger samme sted.

Hvis to produkter skal bygges sammen til ét, kræver det, at de passer sammen. Tænk f.eks. på legoklodser. Her er det vigtigt, at klodserne passer sammen ellers mister legoklodserne deres funktion. Eller tænk på, at pakninger i en motor skal passe i størrelsen, så der ikke kommer olielækage. I tilfældet med legoklodserne er det vigtigt, at afstanden mellem knopperne på toppen af en klods er placeret, de passer med hullerne i bunden af en anden legoklods.

Dette kræver, at man ofte foretager kvalitetskontrol af de producerede emner. Passer knopper og huller ikke sammen, er man nødt til at stoppe produktionen og finde fejlen. Meget nøjagtige og præcise målinger kan garantere, at to produkter vil passe sammen, men det er en meget dyr løsning.

I stedet kan man anvende *tolerancer* til at styre funktionen af det færdige produkt.

Eksempel på tolerance: Hvis der f.eks. er 1 cm at give af, når de to produkter skal bygges sammen, er der ingen grund til at opmåle dem med 1 mm præcision. I stedet kan man indføre en tolerance for, hvor meget produkternes mål må afvige, før de ikke længere kan samles. Man går derved lidt på kompromis med præcisionen, fordi den ikke har afgørende betydning for produktets egenskaber og sparer tid og penge.

## Måleenheder

Resultatet af en måling angives som en talværdi med en tilhørende *måleenhed*. Enheden volt (V) bruges til at angive spændingen i f.eks. stikkontakter, som i Danmark er 230 V. Uden en måleenhed siger resultatet af en måling ikke noget. Det er derfor vigtigt altid at angive enheder, når man har foretaget en måling.

Der findes et væld af måleenheder. Historisk set har man benyttet mange forskellige måleenheder til at opmåle den samme målestørrelse, f.eks. kan længde både angives i fod, meter eller sømil. I slutningen af 1700-tallet havde mange byer deres egne måleenheder, og man mener, at der blev anvendt over 100.000 forskellige enheder alene i Frankrig.

For at ensrette måleenhederne internationalt indførte man et fælles system: *SI-enhederne*. SI dækker over den franske betegnelse ”Systéme International d'Unités”. På dansk ”Det Internationale Enhedssystem”.

SI-Systemet indeholder syv *grundenheder*, som fremgår af Tabel 1. Grundenhederne er tilstrækkelige til at beskrive alle målinger hvis de kombineres. De nye kombinationsenheder kaldes *afledte enheder* (f.eks. angives hastighed i meter pr. sekund). Eksempler på nogle af de mest anvendte afledte enheder kan ses i Tabel 2, og flere på www.metrologi.dk.

Bemærk, at selv om enhederne er blevet standardiserede, benytter man stadig ved nogle målestørrelser andre enheder end dem, der er defineret i SI-systemet. I Europa benyttes celsius (°C), og i USA benyttes fahrenheit (°F) til at angive temperatur. Sejlere anvender knob til at beskrive hastighed og sømil til afstande. Man skal derfor stadig være opmærksom på, hvilke enheder der benyttes, når man udveksler produkter eller erfaringer på tværs af fag og lande.

| Målestørrelse | Enhed | Betegnelse |
|---|---|---|
| Længde | meter | m |
| Masse | kilogram | kg |
| Tid | sekund | s |
| Elektrisk strøm | ampere | A |
| Temperatur | kelvin | K |
| Stofmængde | mol | mol |
| Lysstyrke | candela | cd |

Tabel 1: De 7 grundenheder i SI-systemet.

| Eksempel på afledt målestørrelse | Enhed | Betegnelse | Udtrykt i grundenheder |
|---|---|---|---|
| **Densitet (massefylde)** | kilogram pr. kubikmeter | $kg/m^3$ | $kg/m^3$ |
| **Frekvens** | hertz | Hz | $1/s$ |
| **Hastighed** | meter pr. sekund | m/s | m/s |
| **Kraft** | newton | N | $(m \cdot kg)/s^2$ |
| **Tryk** | pascal | Pa | $kg/(m \cdot s^2)$ |
| **Energi, arbejde, varme** | joule | J | $(kg \cdot m^2)/s^2$ |
| **Effekt** | watt | W | $(kg \cdot m^2)/s^3$ |
| **Elektrisk ladning** | coulomb | C | $s \cdot A$ |
| **Elektrisk spænding** | volt | V | $(kg \cdot m^2)/(s^3 \cdot A)$ |
| **Elektrisk modstand** | ohm | Ω | $(m^2 \cdot kg)/(s^3 \cdot A^2)$ |
| **Magnetisk induktion/fluxtæthed** | tesla | T | $kg/(s^2 \cdot A)$ |
| **Luminans (lystæthed)** | candela pr. kvadratmeter | - | $cd/m^2$ |

Tabel 2: Eksempler på nogle af de mest anvendte afledte målestørrelser.

# Modul 1 - Arbejdsark

1. Skriv en ting, der måles i meter og forklar, hvorfor det er upraktisk at bruge mm eller km til målingen.

2. Skriv en ting, der måles i centimeter og forklar, hvorfor det er upraktisk at bruge mm, meter eller km til målingen.

3. Skriv en ting, der måles i kilometer og forklar, hvorfor det er upraktisk at bruge mm eller meter til målingen.

4. Skriv en ting, som måles i gram og en, som måles i kilo og forklar, hvorfor det er rimelige enheder til at måle i.

# Modul 1 - Øvelse

*Til denne øvelse skal du bruge en tændstikæske og en lineal.*

NAVN:

Mål siderne af tændstikæsken, så præcist I kan. Resultatet skal angives med 2 decimaler:

| Længde | Bredde | Højde |
|---|---|---|
| | | |

Når I har målt, skal I sammenligne jeres resultater med sidemandens.

Hvordan beregner man volumen af en kasse?

| Volumen = |
|---|

Beregn Volumen af jeres tændstikæske:

| Tændstikæskens volumen = |
|---|

Brug en vægt til at bestemme vægten af jeres tændstikæske:

| Tændstikæskens vægt = |
|---|

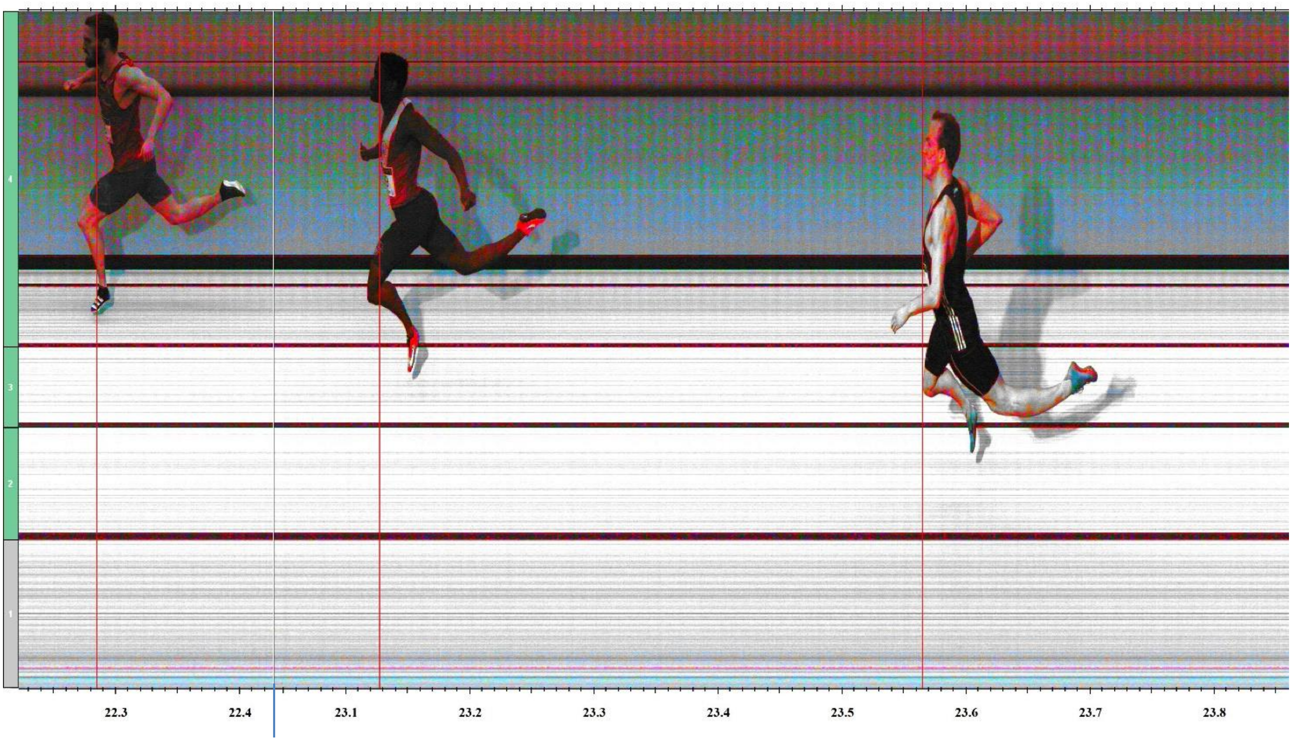
**Aflever arket til læreren, når I er færdige.**

# Forberedelse til Modul 2

## Måling af fysiske størrelser i sport - tid og længde

Den mest grundlæggende fysiske størrelse i mange sportsdiscipliner er tiden. Selv om tiden ikke er afgørende i selve konkurrencen, anvendes den til at sammenligne præstationerne. Der tales om olympiske rekorder og verdensrekorder i eksempelvis 100 m løb.

Tid måles typisk med et elektronisk stopur, der aktiveres af et startsignal og stopper, når idrætsudøveren passerer en mållinje. Tid kan også måles ud fra en fotooptagelse ved mållinjen, et målfoto, som vist i Figur 1.




22,3 22,4 23,1 23,2 23,3 23,4 23,5
23,6 23,7 23,8

*Figur 1.* Billedet viser et målfoto af et 200 m-løb fra "DM inde i Odense" 2020. Målfoto af løb optages ved, at en film glider forbi en smal spalte anbragt ved målstregen. Efterhånden som løbere passerer målstregen, bliver der dannet et billede af hver løber. Samtidig registreres tiden nederst på billedet. Den eksakte tid, hvor løberens bryst passerer målstregen, bestemmes ved aflæsning på billedet (*foto Claus Andersen, Målfoto.dk*).

### Opgave 1

Se på målfotoet i figur 1.

- Hvilken tid blev løber nr. 1 noteret for?
- Hvilken tid blev løber nr. 3 noteret for?
- Hvilken gennemsnitsfart, $v$, løb løber nr. et med?
- Hvor præcist kan du aflæse tiden?
- Hvorfor bruger man ikke en person med et stopur?

### Opgave 2

Tidtagning i svømmekonkurrencer foregår ved, at uret stoppes, når svømmeren rammer en plade for enden af banen.

Figur. 2: Foto fra www.pxfuel.com.

I svømmefinalen i 400 m medley ved OL i München i 1972 vandt svenskeren Gunnar Larsson med tiden 4 min 31,981 s foran amerikaneren Tim McKee, der blev noteret for tiden 4 min 31,983 s. Svømmefinalen blev altså afgjort med en tidsforskel på kun 2 tusindedele af ét sekund, altså $\Delta t$ = 0,002 s!

Efter dette OL måles tiden ikke længere i tusindedele, men kun i hundrededele af sekunder.

1. Hvilken gennemsnitsfart, $v_{gs}$, svømmede Gunnar Larsson med i OL-finalen i 400 m medley? Hvor langt svømmer han i løbet af $\Delta t$ = 0,002 s, hvis han også til sidst svømmer med denne gennemsnitsfart?
2. Giv et bud på hvor nøjagtigt man kan bygge et 50 m svømmebassin og kommentér beslutningen om efter OL i München at stoppe med at afgøre svømme-konkurrencer på tusindedele af sekunder (husk, at det er 400 m, de har svømmet).

# Modul 2 – Ark til databehandling af data fra tændstikæskerne

I vil få udleveret data fra måling af tændstikæsker i forrige time. Data vil fremgå som eksemplet nedenfor:

| Længde i cm | Bredde i cm | Højde i cm | Volumen i ml | Vægt i g |
|---|---|---|---|---|
| 5.6 | 3.5 | 1.8 | 35.28 | 9.31 |
| 5.6 | 3.6 | 1.9 | 38.30 | 9.47 |
| 5.6 | 3.5 | 1.8 | 35.28 | 9.25 |
| 5.55 | 3.6 | 1.8 | 35.96 | 9.80 |
| 5.6 | 3.45 | 1.9 | 36.71 | 9.20 |
| 5.6 | 3.5 | 1.7 | 33.32 | 9.09 |
| 5.55 | 3.5 | 1.75 | 33.99 | 9.34 |
| 5.6 | 3.5 | 1.8 | 35.28 | 9.39 |
| 5.6 | 3.4 | 1.6 | 30.46 | 9.28 |
| 5.5 | 3.5 | 1.8 | 34.65 | 9.34 |
| 5.6 | 3.6 | 1.8 | 36.28 | 9.71 |
| 5.6 | 3.5 | 1.7 | 33.32 | 9.40 |
| 5.5 | 3.5 | 1.8 | 34.65 | 9.21 |
| 5.6 | 3.5 | 1.7 | 33.32 | 9.02 |
| 5.5 | 3.2 | 1.8 | 31.68 | 8.93 |
| 5.6 | 3.5 | 1.8 | 35.28 | 8.48 |
| 5.5 | 3.5 | 1.8 | 34.65 | 9.40 |
| 5.5 | 3.4 | 1.8 | 33.66 | 8.53 |
| 5.5 | 3.5 | 1.8 | 34.65 | 9.43 |

Beregn nu for jeres egne data middelværdien og spredningen for længden, bredden og højden af en tændstikæske.

- Er der stor forskel på spredningen i de 3 måleserier?
- Hvad siger spredningen noget om? *(Elevers evne til at måle med en lineal, at linealer er forskellige eller variation i størrelse af tændstikæsker…).*
- Hvordan kan man afgøre, hvad spredningen afhænger af?
- Hvad ville spredningen sige noget om, hvis alle elever målte på den sammen tændstikæske med den samme lineal?

Beregn nu middelværdi og spredning på jeres egne måledata af vægt.

- Hvad skyldes variationen her, og er der nogen outliers? (Se evt. i jeres matematikbog efter en definition på *outliers*, hvis I er i tvivl*)*.

# Modul 2 - Arbejdsark

Det at kunne måle er en vigtig egenskab i det samfund, vi lever i.

Uanset om det drejer sig om at måle længden på en vejstrækning, varigheden af et telefonopkald, patientens blodtryk, vægten af piller, størrelsen af døre eller bæreevnen af bjælker, så har vi alle en forhåbning om, at det er afmålt korrekt. Men hvad vil det sige, at en måling er korrekt? Hvor præcis skal en måling være?

Når man måler, er der to ting, som skaber måleusikkerhed, på det man måler. Det ene er systematiske fejl, som afhænger af, om udstyret er kalibreret rigtigt. Det andet er tilfældige usikkerheder som f.eks. den sidste decimal på termometeret eller aflæsningen på linealen.

Hvis man måler noget til at være 14 mm langt, er den rigtige beskrivelse nok, at den ligger mellem 13,5-14,5 mm, og når termometeret viser 37,4 grader, er det mellem 37,35-37,45 grader, det måler.

Man kan spørge sig selv, hvorfor det er vigtigt. Her kan man forestille sig, hvor upraktisk det ville være, hvis en patient hos lægen fik målt sin temperatur med et termometer, der kun kunne måle i hele grader. Det ville betyde, at 38 grader var mellem 37,5–38,5 grader. Denne præcision er ikke god nok, for ved 37,5 grader er man rask, mens man har feber ved 38,5 grader.

Vurder, hvor præcist du mener følgende bør måles:

Vægten af en hovedpinepille?

Temperaturen af en steg i ovnen?

Tiden til et 100 m-løb?

Vægten af melet til brød?

Din vægt?

Længden af et undervisningsmodul?

Hvor præcist tror du, at følgende ting vejer/måler derhjemme:

Din badevægt?

Dit øre-termometer?

Stegetermometeret?

Køkkenvægten?

El-måleren?

Det er vigtigt at kalibrere sine målinger, så at man ved, at man måler ud fra et korrekt nulpunkt.

## Måleusikkerhed

Som tidligere forklaret, siger nøjagtighed noget om, i hvor høj grad data ligger omkring den rigtige værdi. Spredningen siger noget om, hvor stor afvigelsen er i de enkelte målinger.

Lav en beskrivelse af, hvad der sker i følgende situationer, og hvad man måler:

Man måler temperaturen af en kop kaffe med temperaturen 60 grader med et termometer med **lille spredning** og **høj nøjagtighed**. Hvilke målinger kunne man forvente?

Man måler temperaturen af en kop kaffe med temperaturen 60 grader med et termometer med **lille spredning** og **lav nøjagtighed**. Hvilke målinger kunne man forvente?

Men måler temperaturen af en kop kaffe med temperaturen 60 grader med et termometer med **stor spredning** og **høj nøjagtighed**. Hvilke målinger kunne man forvente?

Man vejer vægten af 1 kg mel med en vægt, der har **lille spredning** og **høj nøjagtighed.** Hvilke resultater kan man forvente?

Man vejer vægten af 1 kg mel med en vægt, der har **lille spredning** og **lav nøjagtighed.** Hvilke resultater kan man forvente?

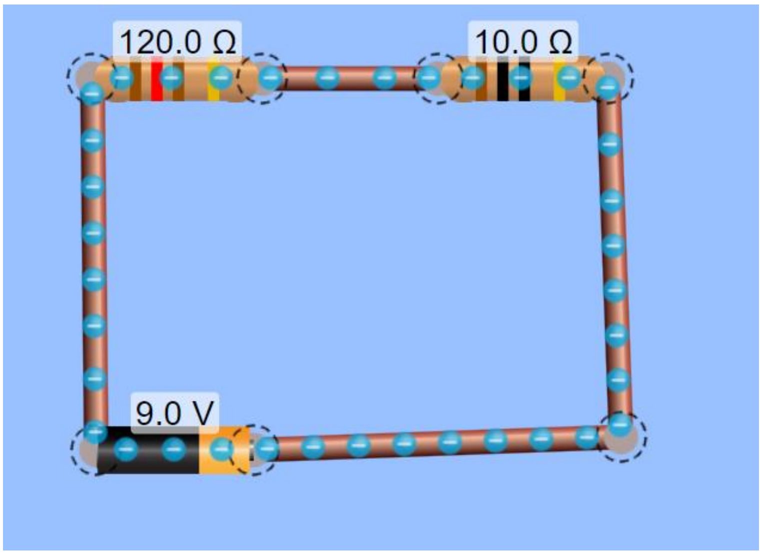
Man vejer vægten af 1 kg mel med en vægt, der har **stor spredning** og **høj nøjagtighed.** Hvilke resultater kan man forvente?

# Modul 3 – Arbejdsark

Gå til https://phet.colorado.edu/da/simulation/circuit-construction-kit-dc

Indsæt screenshots af kredsløbet til hver af opgaverne nedenfor og brug det til at tegne på.

1. Lav et kredsløb, hvor der er en pære, der lyser. Mål spændingsfaldet over pæren. Mål strømmen med et amperemeter. Beregn effekten og modstanden af pæren.
2. Lav et kredsløb, hvor der er 2 modstande, som sidder i serie. Mål spændingsfaldet over de enkelte modstande med et voltmeter. Mål strømmen med amperemeteret. Beregn effekten og modstanden af de enkelte modstande.
3. Ændr kredsløbet fra opgave 2, så at de 2 modstande nu er forskellige og mål spændingsfaldet. Hvad sker der? (Modstanden kan ændres ved at højreklikke på modstanden).
4. Beregn spændingsfaldet over 10.0 Ω-modstanden i nedenstående kredsløb:



# Modul 3 – Øvelse 1

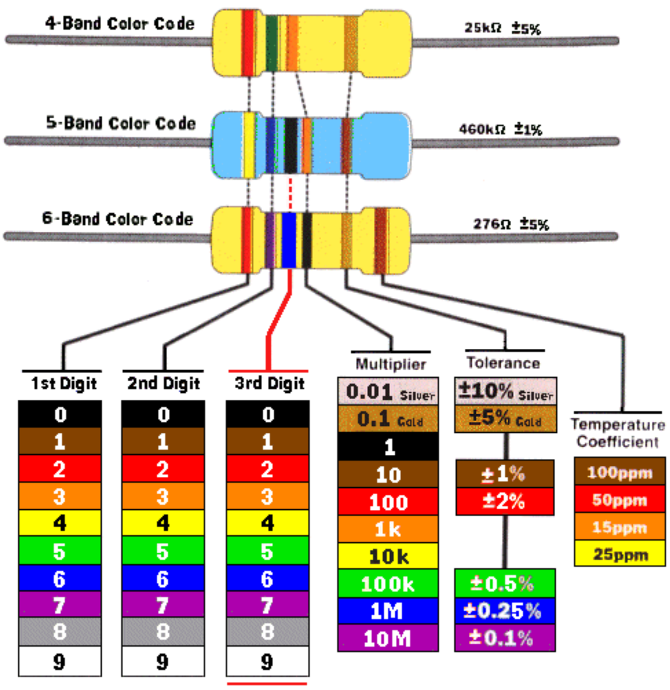
## Øvelse med simple modstande

Hver gruppe tager et multimeter, 4 ledninger, 4 krokodillenæb og nogle modstande.

Nu monteres ledningerne, og de forskellige modstande måles.

Herefter laves en seriekobling af 2 modstande. Den samlede modstand måles, og modstandene måles hver for sig.

Derefter kigger man på farvekoden, for at se hvordan det passer.




Figur 3: Farvekodeaflæser til modstande (med tilladelse fra Elextra https://www.elextra.dk/websider/omregner/Modstand.htm).

# Forberedelse til modul 4 og 5

Kilde: Lektien til modul 4 og 5 er med tilladelse klippet fra Metrologi.dk (David Balslev-Harder, Sabrina Rostgaard Johannsen og Morten H. Madsen: A2 – Introduktion til usikkerhedsbudgetter).

## 1 Indledning

Formålet med en måling er at bestemme værdien af en målestørrelse. F.eks. hvad en klase bananer vejer (målestørrelsen er her masse). Desværre er ingen måling perfekt bestemt, og der vil altid være en måleusikkerhed på den fundne værdi. Der er mange kilder, som bidrager til usikkerheden på en måling. Det kan f.eks. være kilder som:

- Det anvendte instrument, som har stor betydning. F.eks. vil det oftest være mere præcist at
- opmåle et måleemne med en skydelære fremfor med en lineal.
- En operatør, altså personen som udfører målingen, som glemmer at følge en eksakt procedure.
- Omgivelserne såsom temperatur og tryk, hvilket også har indflydelse på målinger.
- Det kan være vanskeligt at holde styr på alle disse forskellige kilder til usikkerheden på en måling. […]

### 1.2 :Verdens hurtigste løber?

Hvem er verdens hurtigste løber?

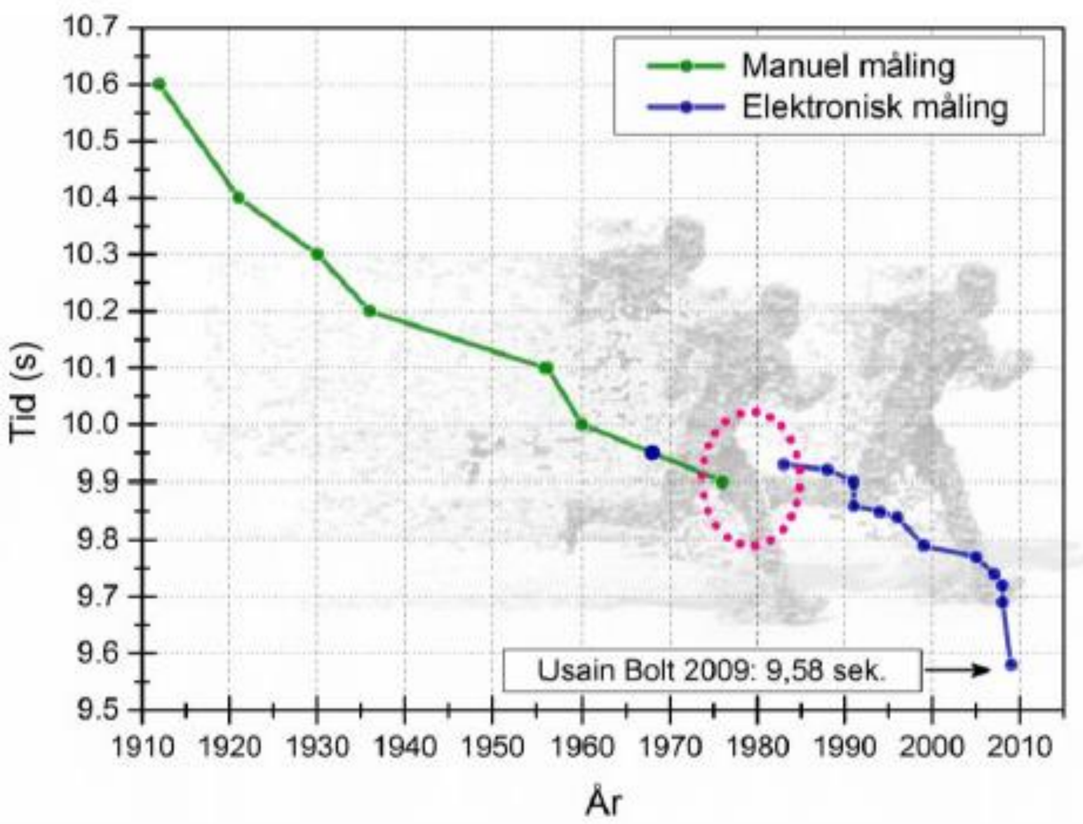
Det er umiddelbart et simpelt spørgsmål, men det er på mange måder upræcist. Er det den hurtigste løber blandt mennesker eller dyr, der spørges efter? På hvilken distance ønsker man at finde den hurtigste løber? Er det personen med den højeste tophastighed? Eller er det personen med den hurtigste gennemsnits-hastighed over distancen? Og muligvis mange flere spørgsmål.

Det er en forudsætning at have et velbestemt spørgsmål, for at den rette metode og det rette måleudstyr kan vælges til at udføre en måling, som kan besvare spørgsmålet. F.eks. hjælper det ikke at have verdens bedste ur, hvis det er massen af et lod, man skal måle. Så vil det nok være bedre at have en god vægt, men hvor godt skal udstyret være? Ja, det afhænger ligeledes af, hvad man prøver at besvare. Spørgsmålet om verdens hurtigste løber, vil vi vælge at præcisere til:

Hvilken mand er verdens hurtigste løber på en 100 m strækning?

Siden 2009 vil de fleste nok svare Usain Bolt. Her smadrede han alle tidligere verdensrekorder ved at løbe 100 m på 9,58 sekunder. I 1983 opstod der dog en spøjs situation. Her kunne to løbere samtidig sige, at de var verdens hurtigste på 100 m. Ved at kigge nærmere på tidsmålingerne af de to løbere, vil vi undersøge, hvordan denne situation kunne opstå. I 1964 begyndte man at indføre elektronisk tidtagning for de korte løbedistancer. Med elektronisk tidtagning kan man automatisk synkronisere startskud og målfoto. Herved blev det muligt at udføre mere nøjagtige målinger. De fleste løb fortsatte dog med manuelle målinger indtil 1977. På figur 1 er en graf, som viser, hvordan verdensrekorden i 100 meter sprint har udviklet sig de sidste hundrede år.

Grafen viser også overgangen fra manuelle tidsmålinger (grøn kurve) til elektroniske tidsmålinger (blå kurve). Ved overgangen er den nye rekord *langsommere* (dårligere) end den gamle verdensrekord.



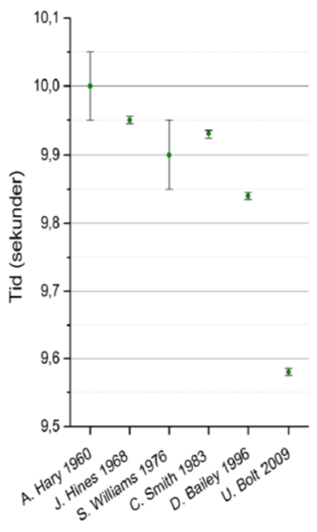

Figur 4: Udviklingen i verdensrekorder for mænds 100 m sprint. Længst til højre den stående verdensrekord af Usain Bolt på 9,58 sek. fra 2009.

For at finde ud af, hvem der er hurtigst, skal man kigge på usikkerhederne på målingerne. Et udsnit af tider med tilhørende usikkerhed er vist i Tabel 2. De tilsvarende tider og usikkerheder er ligeledes illustreret i grafen på Figur 2. Ved de manuelle målinger er usikkerheden ± 0,05 sekunder. Den målte tid er derfor enten 0,05 sekunder for lav eller 0,05 sekunder for høj. Med de elektroniske målinger er usikkerheden ±0,005 sekunder, altså 10 gange lavere eller med andre ord 10 gange bedre end de manuelle målinger.

Williams’ verdensrekord fra 1976 skal læses, som at han har løbet de 100 m på mellem 9,85 sekunder og 9,95 sekunder. Dette kaldes for *usikkerhedsintervallet*. Tilsvarende skal Hines’ tid fra 1968 læses som en tid mellem 9,945 sekunder og 9,955 sekunder. For at afgøre, hvem af de 2 der er hurtigst, sammenlignes de langsomste tider fra usikkerhedsintervallerne. Det vil sige 9,95 sekunder og 9,955 sekunder. Da Williams’ langsomste tid på 9,95 sekunder er mindre end Hines’ langsomste tid på 9,955 sekunder, så overgik verdensrekorden til Williams i 1976.

| Løber | År | Tid (s) | Metode |
|---|---|---|---|
| A. Harry | 1960 | 10,0 ± 0,005 | Manuel |
| J. Hines | 1968 | 9,95 ± 0,005 | Elektronisk |
| S. Williams | 1976 | 9,9 ± 0,005 | Manuel |
| C. Smith | 1983 | 9,93 ± 0,005 | Elektronisk |
| D. Bailey | 1996 | 9,84 ± 0,005 | Elektronisk |
| U. Bolt | 2009 | 9,58 ± 0,005 | Elektronisk |

Tabel 3: Udsnit af 100 m verdensrekorder for mænd. Angivet er, hvilken metode der blev anvendt til tidstagningen.




Figur 5: Udsnit af 100 m verdensrekorder for mænd. Angivet er løbetiden (grøn cirkel) med tilhørende usikkerhed. (lodrette sorte streg med vandrette ende-streger kaldes også for en usikkerhedsbjælke).

Dette kan også ses ved at sammenligne ”toppen” af usikkerhedsbjælken på de 2 målinger på figur 2. Usikkerhedsbjælkens top på Hines’ tidsmåling ligger højere end Williams’.

I 1983 løb Smith derimod på 9,93 sekunder. Den langsomste tid i Smiths usikkerhedsinterval er her

9,935 sekunder. Dette blev dermed den nye verdensrekord, da den slog Williams’ langsomste tid på 9,95 sekunder. Men fordi Williams’ tid blev målt med et større usikkerhedsinterval, kunne han potentielt set have løbet på tiden 9,85 sekunder. Denne tid ville således ikke være slået af Smiths hurtigste tid på 9,925 sekunder. Derfor kan man ikke sige med sikkerhed, om Williams’ tid var hurtigere end Smiths, da målingen fra 1976 ikke var præcis nok. Williams kunne således have beholdt sin verdensrekord helt til 1996, før man med sikkerhed kunne sige, at den var slået.

De forbedrede målinger, som brugen af elektronisk tidtagning har medført, har gjort det meget lettere at vurdere, om der er sat en ny verdensrekord. Som det fremgår af udviklingen af 100 m -rekorderne, er kendskabet til og vurdering af en målings usikkerhed helt afgørende for, hvordan vi kan tolke et spørgsmål, som ellers kan virke ligetil. Var Smith hurtigere eller langsommere end Williams? Svaret er: Det ved vi ikke, for usikkerheden på Williams’ måling var simpelthen for stor.

Med introduktionen af den elektroniske tidsmåling opstod en ny situation, hvor det var meget nemmere at skelne løbetiderne. Om det bliver nødvendigt at introducere endnu bedre tidsmålinger i fremtiden, er ikke sikkert, for der er også andre parametre som vindmodstand og luftfugtighed osv., som påvirker den enkelte løbers tider. […]

## 2 Modelfunktion og usikkerheder

Har du målt en temperatur, er det sandsynligt, at du måler lidt for højt eller lidt for lavt i forhold til den sande værdi. Den usikkerhed, som temperaturmålingen er behæftet med, kan stamme fra flere usikkerhedskilder. […]

### 2.2: Estimering af måleresultat ved gennemsnit og spredning

Der skelnes mellem 2 måder at bestemme størrelsen af en måleusikkerhed.

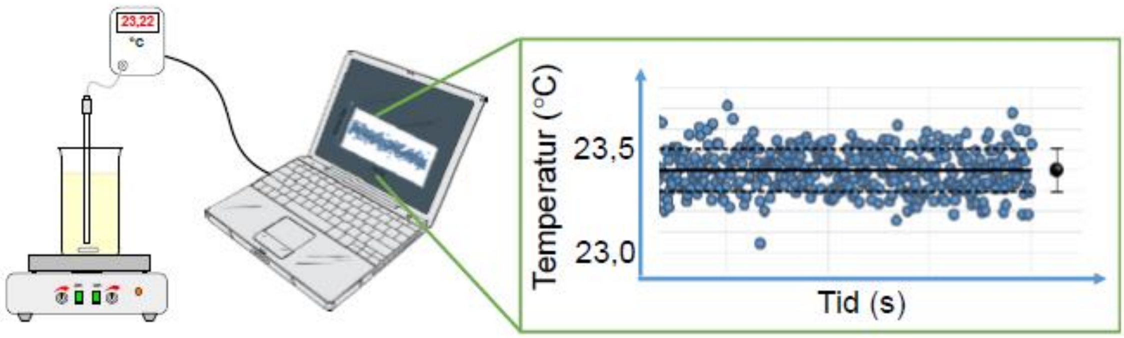
Type A: Ved brug af gentagne målinger benyttes statistik til at bestemme usikkerheden.

Type B: Øvrige metoder end type A anvendes til at bestemme usikkerheden. F.eks. kan erfaring fra tidligere målinger anvendes, eller der kan være fysiske forhold, som begrænser usikkerheden.

Type A er den primære metode til at bestemme størrelsen af en målings usikkerhed. Mangel på tid, ressourcer og penge kan dog gøre det nødvendigt at bestemme størrelsen ved brug af type B.

I det følgende vil vi give den mest typiske fremgang ved brug af type A, anvendt i et eksempel, hvor temperaturen af et vandbad måles med et elektronisk termometer.

På figur 5 ses en varmeplade, der bruges til at styre temperaturen af en olie, som er hældt op i et målebæger. Temperaturen i oliebadet måles med et elektronisk termometer. Aflæsningerne fra termometeret bliver logget på en computer og indtegnet på en graf, som er fremhævet til højre. De individuelle loggede aflæsninger fra termometeret er vist som blå punkter på grafen.




Figur 5: Fra venstre: Et elektronisk termometer måler temperaturen i et oliebad. De målte temperaturer bliver opsamlet med en computer. De aflæste temperaturer vises på en graf.

Tidspunkterne for de individuelle aflæsninger er uden betydning for de følgende udregninger. På grafen kan man se, at målepunkterne holder sig inden for intervallet fra 23 °C til 24 °C, så allerede her har vi et overslag (et estimat) for målingen som værende 23,5 °C ± 0,5 °C. Det bedste estimat for målingens værdi og måleusikkerhed fås dog ved at anvende de aflæste talværdier fra termometeret og udregne gennemsnit og spredning ud fra disse. På grafen er resultatet af dette angivet ved det sorte punkt med usikkerhedsbjælken (yderst til højre), som angiver middelværdi og spredning.

I næste afsnit vil vi se på, hvordan man generelt udregner middelværdi, spredning og standardusikkerhed.

### 2.2.1 Et sæt af måleværdier

Et antal aflæsninger $qi$ er blevet foretaget for en målestørrelse $q$ (en temperatur, en vægt eller en højde), og opskrives:

$\{q1, q2, q3, \ldots, qn\}$

hvor $n$ er det samlede antal aflæsninger af målestørrelsen $q$. Hver $qi$ er en talværdi med enhed, og $i$ er en indeksering (nummerering) af aflæsningerne. Den 1. måling benævnes $q1$ og den 2. $q2$ osv. Nummereringen løber op til den sidste måling som kaldes $n$. Så $n$ er det samlede antal målinger, som er foretaget. Hvis der samlet er taget 5 målinger, er $n$ = 5.

Målestørrelsen $q$ kunne f.eks. være temperaturen af oliebadet i figur 5. 5 aflæste temperaturer kunne så være skrevet op i en liste:

{23,54 °C, 23,27 °C, 23,37 °C, 23,41 °C, 23,39 °C}

### 2.2.2. Gennemsnit af måleværdier (middelværdi)

*Gennemsnittet* $\bar{q}$ for aflæsningerne udregnes ved formlen i boks 3.

**Boks 3: Middelværdi / Gennemsnit**

*Ligning 10*

$$\bar{q} = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + \cdots + q_n}{n}$$

For de 5 målinger af temperaturen bliver dette:

$$\bar{T} = \frac{23{,}54\ °\mathrm{C} + 23{,}27\ °\mathrm{C} + 23{,}37\ °\mathrm{C} + 23{,}41\ °\mathrm{C} + 23{,}39\ °\mathrm{C}}{5}$$
$$= 23{,}396\ °\mathrm{C}$$

Bemærk, at selvom et instrument angiver måleværdien med et endeligt antal decimaler, f.eks. som i dette tilfælde 0,01, så kan gennemsnittet godt have flere decimaler.

### 2.2.3: Standardafvigelse for måleværdier

*Standardafvigelsen* $s(q)$ udregnes for at få en ide om, hvor tæt de enkelte målinger ligger på gennemsnittet. Formlen som benyttes til at bestemme standardafvigelsen ses i boks 4.

**Boks 4: Standardafvigelse**

*Ligning 12*

$$s(q) = \sqrt{\frac{(q_1 - \bar{q})^2 + (q_2 - \bar{q})^2 + (q_3 - \bar{q})^2 + \cdots + (q_n - \bar{q})^2}{n - 1}}$$

Differenserne $qi - \bar{q}$ sætter tal på forskellen mellem den enkelte aflæsning $qi$ og gennemsnittet $\bar{q}$.

Tager man gennemsnittet af disse differenser får man 0, så dette er ikke et godt tal for spredningen af værdierne. For at komme ud over dette problem kvadreres differenserne (dvs. opløftes i 2 $(qi - \bar{q})^2$). Nu kan gennemsnittet af de kvadrerede differenser udregnes, og denne vil være forskellig fra 0, medmindre alle aflæsningerne er nøjagtig magen til gennemsnittet.

Gennemsnittet af de kvadrerede differenser har enheden $(°C)^2$, så for at enheden på spredningen passer til enheden på middelværdien, er man nødt til at tage kvadratroden.

Bemærk, at der ikke divideres med antallet af aflæsninger $n$, men med $n$-1. Rationalet er, at middelværdien også bliver udregnet fra datasættet og derfor skal usikkerheden lige gøres lidt større. Det betyder også, at man mindst skal have 2 aflæsninger for at kunne udregne en standardafvigelse.

For de 5 temperaturaflæsninger fås spredningen som angivet nedenfor:

$$s(T) = \sqrt{\frac{(23{,}54 - 23{,}396)^2 + (23{,}27 - 23{,}396)^2 + (23{,}37 - 23{,}396)^2 + (23{,}41 - 23{,}396)^2 + (23{,}39 - 23{,}396)^2}{(5-1)}}\ °C$$
$$= 0{,}0969\ °C$$

[…]

## Hvad betyder spredning?

I de fleste eksperimenter skal 95 pct. af de målte værdier ligge inden for 2 gange spredningen af målingen. Så i tilfældet fra figur 3 er 2 gange spredningen = 2·0.969 °C = 0.1938 °C. Det betyder, at 95 pct. af målingerne burde ligge i intervallet 23,396°C ±0.1938 °C.

Antagelsen, om at 95 pct. af de målte værdier ligger inden for 2 gange spredningen, gælder, hvis data er normalfordelte.

# Modul 4 og 5 – Øvelse

I denne øvelse skal du undersøge, hvordan en temperaturfølsom elektrisk modstand (termistor) kan bruges som en temperatursensor (et termometer).

Øvelsen består af 3 dele.

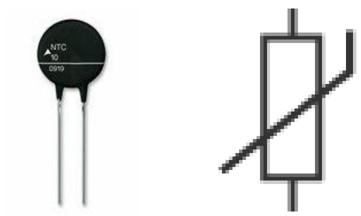
- 1. del: Hvor man undersøger modstanden som funktion af temperaturen for en termistor.
- 2. del: Hvor man undersøger et kredsløb med termistoren for at finde en tilnærmelsesvist lineær sammenhæng mellem spændingsforskellen over resistoren og temperaturen.
- 3. del: Termometrene fra 2. del sammenlignes, og der estimeres en spredning.

## 1. del:

I 1. del skal du undersøge sammenhængen mellem temperatur og modstand for en NTC-modstand.

*NTC-modstanden* (NTC Negative Temperature Coefficient) er en termistor, hvor modstanden falder som funktion af temperaturen (i modsætning til en *PTC-modstand*, hvor temperaturen stiger som funktion af temperaturen).

På billedet herunder ses til venstre en NTC-modstand og til højre kredsløbssymbolet for modstanden.



Tilslut NTC-modstanden til et ohm-meter med et krokodillenæb og mål modstanden.

Tag nu fat om NTC-modstanden med 2 fingre og observer, hvad der sker med modstanden.

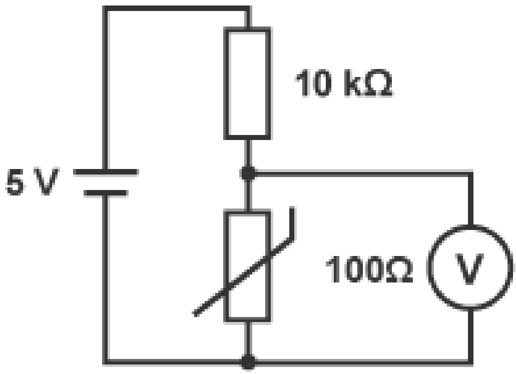
Nedsænk derefter NTC-modstanden i en kop varmt vand og mål modstanden.

- Hvad sker der med modstanden af NTC, når temperaturen stiger?

## 2. del:

I 2. del tilsluttes NTC-modstanden i serie med en kendt modstand og en spændingskilde.

Kredsløbsdiagrammet er vist herunder.

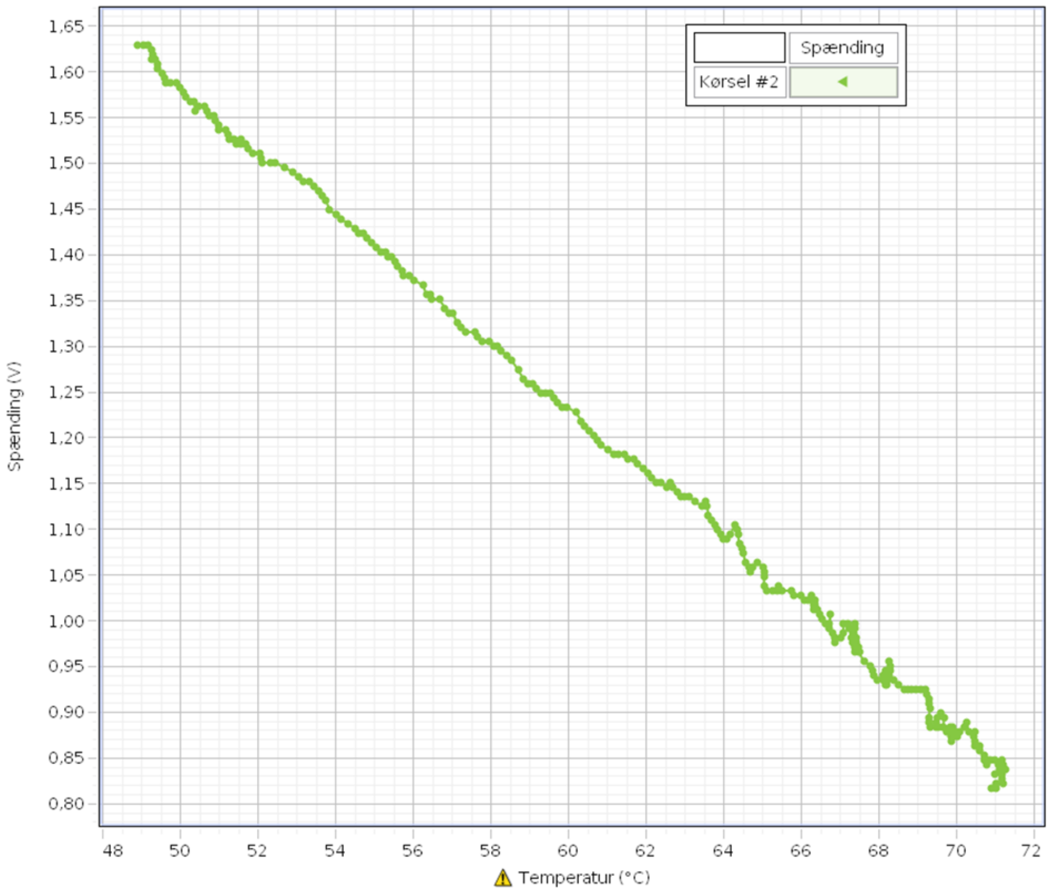



- Når temperaturen af NTC–modstanden stiger, hvad sker der så med modstanden?
- Når modstanden falder, hvad sker der så med spændingsfaldet over NTC-modstanden?

Nu vil vi bruge et dataopsamlingsprogram til at opsamle både temperaturen og spændingsforskellen.

Vi gentager forsøget, hvor vi nedsænker termometeret og NTC-modstanden i varmt vand. Temperaturen og spændingsforskellen måles, mens temperaturen af vandet falder.

- Spændingsforskellen opskrives som funktion af temperaturen.
- Der opstilles en lineær model for spændingsforskellen som funktion af temperaturen.




## 3. del

Nu går grupperne fra klassen sammen og bruger deres NTC-modstand og model til at måle temperaturen af det samme kar med vand samtidig og bestemme spredningen af deres målinger.

- Hvad er spredningen på jeres målinger?

# Modul 4 og 5 – Arbejdsark

## Opgave 1

I Game of Thrones sæson 1 er der varierende længde på de 10 afsnit.

- Beregn middelværdien og spredningen af længden af afsnittene.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 62 min. | 56 min. | 58 min. | 56 min. | 55 min. |
| 53 min. | 58 min. | 59 min. | 57 min. | 53 min. |

## Opgave 2

En tomatdyrker reklamerer med, at 95 pct. af hans tomater har en diameter på 60-70 mm.

- Kom med et bud på middelværdien og spredningen.

## Opgave 3

På et gartneri bestemmes vægten af nogle agurker. Beregn middelværdi og spredning.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 403 g. | 427g. | 380g. | 320 g. |
| 430 g. | 442g. | 390 g. | 371 g. |

- Beskriv de agurker, som kommer fra gartneriet med ord (Husk tommelfingerreglen om, at 95 pct.af data ligger inden for 2 gange spredningen).

## Opgave 4

Man tester 8 forskellige termometre på den samme patient og måler følgende temperaturer:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 38.3. | 38.3. | 38.4. | 38.3. |
| 38.4. | 38.2. | 38.3. | 35.8. |

- Beregn middelværdi og spredning.
- Kig på den sidste værdi og kom med en kommentar *(målefejl/ i stykker/ outlier/ menneskelig fejl..).*
- Hvis man fjerner det sidste målepunkt, hvad er middelværdien og spredningen så af de resterende 7 punkter?
- Kom med et argument for, at det kan være rimeligt, at se bort fra den sidste måling.

### Opgave 5

Dette er en opgave, I skal lave i grupper.

Tag ca. 6 termometre og brug dem til samtidig at bestemme temperaturen af en kop vand.

- Hvad er temperaturen, og hvad beregner I spredningen til at være?

# Modul 6

Forberedelse til virksomhedsbesøg og slutopgave.

# Modul 7 og 8 – Afsluttende opgave efter virksomhedsbesøg

- Beskriv hvad virksomheden laver, og hvilke fysik-emner man skal vide noget om for at forstå deres produkt eller produkter.

**Hvis I har lavet målinger på virksomheden og fået data med hjem:**

1. Lav en kort beskrivelse af den analyse, I har lavet.
2. Forklar, hvilke fysiske størrelser I har målt på.
3. Forklar, hvad de målte data kan sige noget om (f.eks. vandindholdet i mælk, vægten af agurker eller længden af skruer).
4. Kom med et bud på, hvilke usikkerheder der er på jeres målinger.
5. Prøv at vurdere, hvor usikker den fysiske størrelse er.
6. Hvis det er muligt, så bestem middelværdi og spredning på hele klassens resultater.
7. Giv ud fra spredningen et bud på 95 %-konfidensintervallet.
8. Lav en grafisk afbildning af måleresultaterne.
9. Diskuter resultaterne i grupper og lav en præsentation af resultaterne – f.eks. i PowerPoint.

**Hvis <u>ikke</u> I har lavet målinger på virksomheden og genereret meningsfulde data:**

Hvis I ikke har lavet målinger på virksomheden, kan I i stedet bruge vedlagte datasæt fra virksomheden *FOSS i Hillerød *(datasæt 1 og datasæt 2)*.

*FOSS udvikler innovative analyseinstrumenter til den globale fødevareindustri og landbrugssektor og bidrager til bæredygtig anvendelse af råvarer, bedre fødevarekvalitet og – sikkerhed. Instrumenterne måler indholdet i fødevarer som f.eks. indholdet af protein og fedt i mælkeprodukter eller sukkerindholdet i druer, mængden af fugt i korn, eller om køer får det rigtige foder og er raske. FOSS leverer løsninger til verdens 100 største fødevarekoncerner.

De to vedlagte datasæt fra FOSS beskriver vandindholdet i skummetmælkspulver.

*Datasæt 1*: Består af 235 datapunkter målt på skummetmælkspulver, som er produceret med ønske om et vandindhold på 4 pct.

*Datasæt 2:* Består af 186 datapunkter. Metoden er den samme, men det ønskede vandindhold er ukendt.

Løs følgende opgaver:

1. Beregn medianen, middelværdien og spredningen for datasæt 1.
2. Lav en kort beskrivelse af data, hvor I bruger ordene median, spredning og middelværdi.
3. Giv ud fra spredningen et bud på 95 pct.-konfidensintervallet.
4. Forklar, hvad jeres beskrivelse af data siger noget om i virkeligheden.
5. Er der nogle outliers i data?
6. Beregn medianen, middelværdien og spredningen for datasæt 2.
7. Kom med et bud på vandindholdet i det skummetmælkspulver, der er brugt til datasæt 2.
8. Lav en grafisk afbildning af måleresultaterne.
9. Diskuter resultaterne i grupper og lav en præsentation af resultaterne – f.eks. i PowerPoint.